

Les hologrammes générés par ordinateur (CGH)

1. PRINCIPE DU CALCUL

L'holographie générée par ordinateur est un procédé qui consiste à calculer l'hologramme que produirait un objet dont on a une description mathématique, pour ensuite imprimer cet hologramme synthétique sur transparent et le restituer comme un hologramme classique.

On a vu qu'en un point de l'hologramme, l'intensité résultante de la superposition de l'onde objet ae^{-if} et de l'onde de référence Ae^{-iq} est $I = a^2 + A^2 + 2aA \cdot \cos(q - f)$.

Mais pour afficher le résultat, on va devoir normaliser le résultat (faire en sorte que les intensités soit comprises entre 0 et 255 pour l'écran, 0 ou 1 pour l'impression), donc seules les variations d'intensité nous intéressent et on ne fixe pas de valeur pour les amplitudes a et A . De même, comme l'onde de référence a une phase q constante (par définition), on peut la considérer nulle pour simplifier. L'intensité résultante ne dépend alors plus que de $\cos(f)$.

Le but de l'holographie est justement d'enregistrer les phases, ce que nous obtenons en faisant interférer le faisceau provenant de l'objet avec un faisceau de référence. Mais si on a une description mathématique de l'objet, on connaît la position exacte de chaque point. On peut ainsi calculer la phase f de chaque onde, sans avoir besoin d'onde de référence, avec la distance d entre le point de l'objet et le pixel de l'hologramme que l'on obtient analytiquement :

$$\cos(f) = \cos\left(2\mathbf{p} \frac{d}{\lambda}\right) \quad \text{avec} \quad d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Il suffit ensuite d'ajouter pour chaque pixel de l'hologramme la contribution de chaque point de l'objet.

Pour l'implémentation on applique donc une formule du type $H(i; j) = \sum_{x=0}^n \cos\left(\frac{2\mathbf{p} \cdot d_x}{\lambda}\right)$

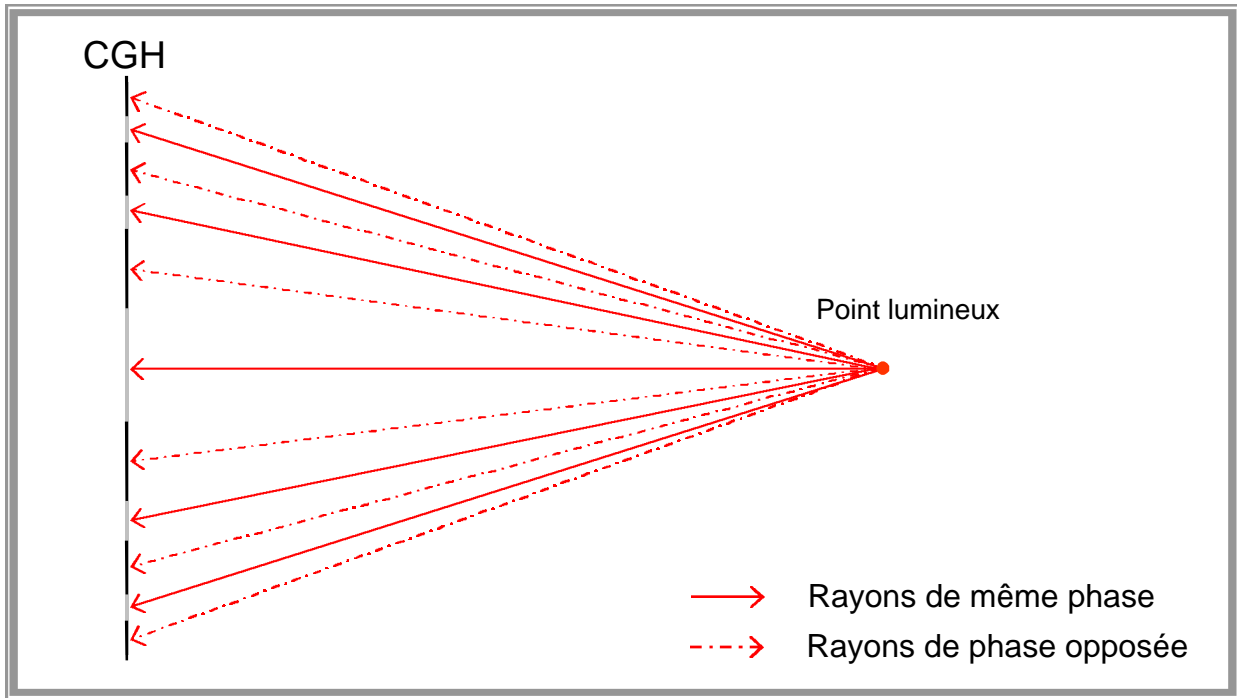
où n est le nombre de points de l'objet et d_x la distance entre chaque point de l'objet et le pixel $H(i; j)$ traité de l'hologramme.

2. EXEMPLE : HOLOGRAMME D'UN POINT LUMINEUX

En calculant de cette manière l'hologramme d'un point lumineux, on obtient une série de cercles concentriques de plus en plus fins. Cela est logique car la fonction cosinus est périodique et quand on s'éloigne du centre la distance avec le point lumineux augmente de plus en plus vite.

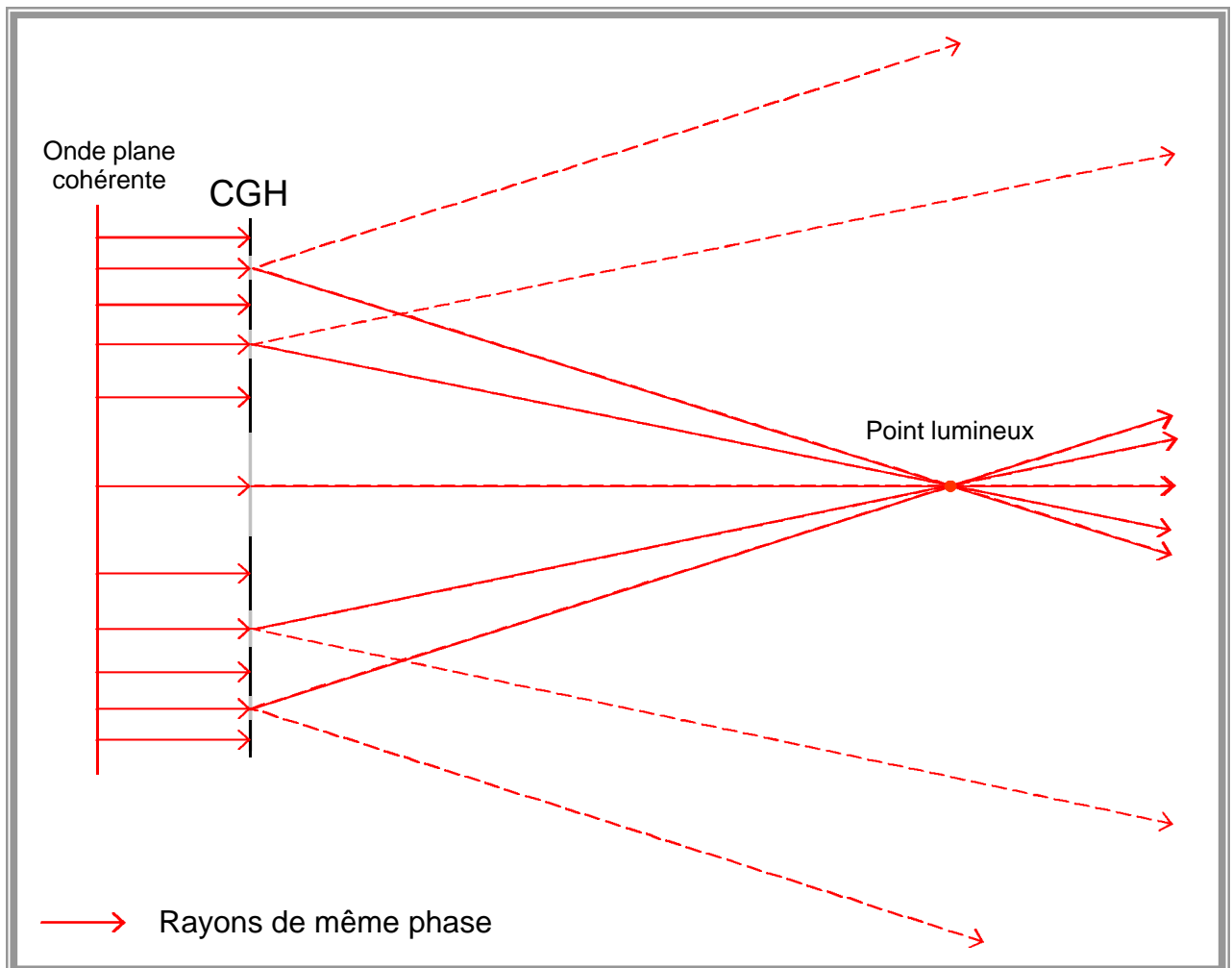
De plus un tel hologramme se comporte comme une lentille convergente, dont la focale serait la distance entre le point lumineux et l'hologramme, et dont le foyer serait le point lumineux lui-même. C'est en fait une lentille zonée de Fresnel.

Calcul :



Quand on calcule l'hologramme d'un point lumineux, on imprime de la même couleur (noir ou blanc) les parties qui seraient exposées aux rayons de même phase.

Restitution :



Deux phénomènes contribuent alors à la restitution du point lumineux :

- Les rayons sont diffractés en passant par les parties transparentes, plus fortement quand l'on s'éloigne du centre car les franges sont plus fines. Des rayons des faisceaux convergent alors à l'endroit du point lumineux.
- Tous ces rayons qui convergent ont la même phase (voir figure du calcul) et ils interfèrent donc constructivement.

3. LIMITATIONS

Nous avons cependant été confrontés à de sérieuses difficultés techniques.

Tout d'abord un problème est dû à la puissance de calcul énorme que réclame notre méthode. Si l'on voulait calculer un hologramme de 600 pixels de côté d'un objet de la même taille, un calcul consommant au minimum 150 cycles d'horloge cela représente avec un processeur tournant à 1GHz une durée de calcul de plus de 5h.

Une solution est d'effectuer une transformée de Fourier en deux dimensions dont existent des algorithmes de calcul très rapides (FFT), mais nous n'avons pas eu le temps de nous pencher sur cette méthode (trouvée sur Internet). Nous avons choisi une autre méthode qui consiste simplement à limiter le nombre de points de l'objet.

Ensuite une imprimante, quelle qu'elle soit, a une résolution beaucoup plus faible qu'une plaque holographique. Celles-ci peuvent atteindre plus de 100000 ppp (points par pouce) contre 2400 pour les meilleures imprimantes (nous travaillons avec une imprimante laser de 600 ppp).

Or l'angle que forme l'image holographique et le faisceau principal du laser est fonction de la résolution de l'hologramme : plus l'hologramme est précis, plus cet angle est grand. On ne peut donc pas regarder directement l'hologramme sous peine de se brûler les yeux. De plus lorsqu'une variation de longueur d'onde représente moins de deux pixels sur l'hologramme, on ne peut plus la représenter et on la sous échantillonne. Des hologrammes parasites de points apparaissent alors.

On peut pour remédier à ce problème photographier l'hologramme en réduction sur microfilm, mais cela nous éloigne de notre objectif qui est de calculer un hologramme pour ne pas à avoir à attendre sur un développement chimique. Mais comme nous avons décidé de restreindre le nombre de points constituant notre objet, et que l'hologramme d'un point se comporte comme une lentille convergente, nous avons choisi de former l'image des points lumineux sur un écran, ainsi le point apparaît flou quand l'écran n'est pas à la bonne distance, et net et plus lumineux quand l'écran est à la bonne distance.

Pour terminer, une imprimante ne peut imprimer qu'un pixel noir ou blanc, mais ne peut pas réaliser de niveaux de gris qu'elle réalise avec un tramage, ce qui doit être amusant au niveau de la diffraction.

Ainsi quand une variation de longueur d'onde représente un nombre de pixels impair et relativement petit (3, 5, ...), on ne peut pas la représenter "équitablement" : par exemple si elle représente trois pixels, il y aura obligatoirement deux pixels noirs et un blanc ou deux blancs et un noir, ce qui favorise l'apparition d'artefacts qui gênent la restitution.

Une solution trouvée sur Internet et incluse dans notre logiciel consiste à limiter par le calcul l'angle solide d'émission du point lumineux à un cône. De cette manière dès qu'une variation de longueur d'onde est trop petite on ne prend plus en compte le point concerné, ce qui permet en plus de limiter les interférences des points entre eux qui perturbent la restitution.